

中国数学史

中国传统数学在世界数学史上的地位^{*}

郭书春 (中国科学院自然科学史研究所 北京 100010)

摘要 人类进入文明社会五千余年来,世界数学中心发生了几次大的转移,在自公元前 3~4 世纪至 14 世纪初的一千七八百年间,中国数学是世界领先的,其间有三次大的高潮,之后又有三次不同程度的衰落。经过上一个世纪的努力,我们走出了六百年的低谷,重新成为数学大国,并正在为厕身数学强国的行列而奋斗。

关键词 数学史、中国传统数学、世界数学中心 中图分类号 0119

大家知道,2002 年 8 月 20 日~28 日,在北京成功地举行了第 24 届国际数学家大会。这是国际数学家大会首次在我国召开,也是第一次在发展中国家召开。应该说,这是多年来在我国举行的最重要的一次国际学术会议。

世界数学联盟对会议地点的选择非常慎重,都是选择在数学发达的国家和地区。过去的 23 次大会,大都在欧美举行,只有一次在日本,日本也是数学相当发达的国家。因此,第 24 届国际数学家大会在北京召开,是国际数学界对我国当前数学发展成就的肯定和高度评价。可以说,尽管我们的国家还属于第三世界,但是,经过近一个世纪的努力,我国的数学已经走出了近六百年的低谷,重新成为数学大国,并正为厕身于数学强国的行列而奋斗。

我们说,我国数学走出了六百年的低谷。六百年前,就是 14 世纪初,元朝中叶。那么,元中叶以前的情形如何呢?可以毫不夸大地说,这之前,我国数学在世界上领先了一千七八百年,就是说,从公元前 3~4 世纪至 14 世纪初,中国是当之无愧的世界数学强国。

第 24 届国际数学家大会会标

我们从第 24 届国际数学家大会的会标谈起。大家知道,这是一个正方形,其中有 4 个以正方形的边长为弦的勾股形,而中心则是以勾股差为边长的小正方形。这实际上是赵爽《周髀算经注》中的“弘图一”^[1],刘徽《九章算术注》(公元 263 年)在证明《九章算术》^[2]的解勾股形公式时也用到这个图。这个图产生于什么时候,不得而知。刘徽注《九章算术》时曾“采其所见”。稍前于刘徽的赵爽在《周髀算经注》的“勾股圆方图说”中使用这个图的文字叙述大体与刘徽相同,可见它们不是赵爽或刘徽个人的创造,而是数学界的共知。根据对刘徽《九章算术注》的分析,这个图最迟应该产生于《九章算术》的成书时代,也就是公元前 2~3 世纪。这正是中国取代古希腊成为世界数学研究中心的时代。

辉煌过去——中国数学从战国至 14 世纪初走在世界的前列

人类进入文明社会以来,世界数学研究中心发生了几次大的转移^[3]。

* 收稿日期,2002-09-14

众所周知,人类最先进入文明社会的是约公元前31世纪开始的尼罗河流域的古埃及,以及随后约公元前24世纪开始的两河流域的古巴比伦。数学最先在这两个地区发展起来,尤其是古巴比伦,数学已经相当发达。他们长于计算,讨论了二次方程及其解法,以及勾股问题。

公元前7世纪,希腊地区进入文明社会,统治者重视数学研究,几何学得到高度发展。古希腊取代巴比伦成为世界数学研究的中心,以研究空间形式为主,形成了严谨的公理化体系。尽管希腊数学传统还向后延续了一段时间,应该说,在公元前1~2世纪罗马帝国占领泛希腊地区之后,就衰微了。随后,欧洲进入了被称为数学上“黑暗的中世纪”。

中国有文字记载的历史相当早,然而夏、商、西周三代和春秋时期没有数学著作传世,其数学发展情形不十分清楚。从《周髀算经》、《九章算术》以及2000年公布的《算数书》来看,战国时期(公元前475~前221年)数学已相当发达。战国数学与古希腊数学东西辉映。大约在《九章算术》编定时(公元前3~1世纪),中国取代了古希腊,成为世界数学研究的中心。随后印度、阿拉伯地区的数学也发展起来。中国传统数学在14世纪初开始衰落,阿拉伯地区却一直繁荣到15~16世纪。中国、印度、阿拉伯数学都长于计算。

16~17世纪,随古希腊数学著作的发现,以及包括中国数学在内的以计算为中心的东方数学的传入,欧洲数学伴随着文艺复兴,度过了中世纪的黑暗,进入变量数学时代。从此,欧洲以及20世纪的前苏联、美国一直占据着世界数学研究的中心位置。并且,数学已经失去了中世纪以前的民族或地区的特色,成为世界的统一的数学。

以上这些事实起码说明三个问题:

一是数学的发展与社会政治、经济制度、社会思潮有密切的关系。数学的研究中心往往发育在某种社会政治、经济制度最为发达、典型的国家和地区,并且随着政治变革、经济中心的转移而转移。古希腊数学与古希腊典型的奴隶制度相对应,中国、印度和阿拉伯地区的数学与发达的封建制度相对应,欧美数学则与发达的资本主义制度和集约化的大生产相对应。学术界经常讨论现代数学或现代科学为什么没有在中国产生的问题,并且往往从中国数学内部找原因。我认为,这没有抓住问题的根本。宋元数学创造了许多欧洲在17,18甚至19世纪才取得的成果,可以说是超前的。但是,我认为,没有资本主义的生产方式,不发生资产阶级革命,在封建制度下,宋元数学要发展为变量数学是根本不可能的。

一是中国传统数学曾长期在世界上领先。我们有约1800年间是数学大国,约1600年间是数学强国,成为世界数学研究的中心。从古埃及算起,人类文明社会不过5000余年。就是说,在世界文明的长河中,我国大体有三分之一的时间居于世界领先地位。而且,其他文明都中断过,甚至人种都换过了,而中华文明尽管有过衰落和低潮,却从未中断过。强调这一点,不是要妄自尊大,而是要克服妄自菲薄。同时,我们今天还相对落后,不要怪古人,怪我们的祖先,而是要看看我们今天做得对不对,做得好不好。从今天做起,从我做起,为我们中国在21世纪成为数学强国作出自己的贡献。

一是中国传统数学对世纪数学作出了贡献。这不仅指中国数学影响了朝鲜、日本、越南及东南亚地区的数学发展,而且影响了印度、阿拉伯地区的数学,并通过印度、阿拉伯传到欧洲,为变量数学的产生作出了贡献。中国数学史学科奠基人钱宝琮(1892~1974)、英国的李约瑟(1900~1995)先后从比较和宏观上论述了这个观点,但是缺乏具体传入的资料。吴文俊院士从获得的科学技术最高奖中拨出50万元,设立“丝路数学天文基金”,资助青年人研究这个问题,希望有志者加入这一行列。

中国传统数学的三个高潮

人们不禁要问,在中国传统数学发达的1800年间,是不是一直向前发展,没有波折呢?当然不

是。实际上,从中国成为数学大国起,有三次大的高潮,这之后有三次不同程度的衰落^[4]。现在简要介绍一下其间的情形。

自远古至春秋时期,数学上最重要的成果就是完成了十进制记数法,并且创造了算筹。这是当时世界上最方便的记数制度,最先进的计算工具。中国传统数学与古希腊数学具有不同的形态,长于计算,具有程序化、机械化的特点,不能不说与此有密不可分的关系。

中国传统数学的第一个高潮发生在战国至西汉时期。其标志是《算数书》、《周髀算经》、《九章算术》的成书。《九章算术》是中国传统数学最重要的经典著作,在分数四则运算、比例和比例分配算法、盈不足算法、开平方与开立方、线性方程组解法、正负数加减法则、解勾股形和勾股数组等方面走在了世界的前面。《九章算术》奠定了中国传统数学的基本框架。西汉末年至东汉数学发展的情形不很清楚。我认为,东汉,包括西汉在内,数学上创造性的成果不如战国时期多,抽象思维能力不如战国时期强,则是无疑的。

中国传统数学的第二个高潮发生在魏晋南北朝时期。其标志是刘徽的《九章算术注》(公元263年)和祖冲之(429~500)的数学成就。受当时辩难之风的影响,刘徽以演绎逻辑为主要方法全面证明了《九章算术》的公式解法,奠定了中国传统数学的理论基础。刘徽在圆面积公式和刘徽原理的证明中,在世界数学史上首次将极限思想和无穷小分割方法引入数学证明;中国首创了求圆周率精确近似值的科学方法,在开方不尽时提出用“微数”即十进分数逼近无理根的方法,奠定了中国圆周率计算领先世界千余年的基础;“刘徽原理”将多面体体积理论建立在无穷小分割基础之上,实际上开始探讨希尔伯特第三问题(1900年)所考虑的问题。祖冲之是大家所熟悉的,他将圆周率精确到8位有效数字,并提出密率 $355/113$,领先世界千年左右。他和他的儿子祖暅之还在刘徽的基础上,提出祖暅之原理,彻底解决了球体问题。他的《缀术》应该是比刘徽的《九章算术注》更高深的著作,可惜已经失传,内容不得而知。这一时期人们还编纂了《孙子算经》、《张丘建算经》,提出了一次同余式解法、百鸡术等新的研究方向。隋唐设算学馆,唐初李淳风等整理十部算经(后称为《算经十书》)作为教材,是个贡献。然而,隋唐数学落后于南北朝,除历法制定中的内插法外,几无创造。对《缀术》,“学官莫能究其深奥,是故废而不理”^[5],造成失传的悲剧。

中国传统数学的第三个高潮发生在宋元时期。主要有两个方面。第一个方向是高深数学的研究。许多著作已经失传,现存重要的有:北宋贾宪(11世纪上半叶)撰《黄帝九章算经细草》,进一步抽象《九章算术》的算法,创造“开方作法本源”即贾宪三角,以及“增乘开方法”,奠定了宋元数学高潮的基础。南宋秦九韶(约1202~约1261)撰《数书九章》(1247年),提出“大衍总术”,完善了一次同余式组解法,并把以增乘开方法为主导的高次方程数值解法发展到十分完备的程度。金元李冶(1192~1279)撰《测圆海经》(1248年)、《益古演段》(1259年),前者集前此勾股容圆知识之大成,同时完善了设未知数列方程的方法“天元术”。元朱世杰撰《算学启蒙》(1299年)、《四元玉鉴》(1303年),提出“四元术”即多元高次方程组解法,并在沈括(1031~1095)、杨辉(13世纪)、王恂(1235~1281)、郭守敬(1231~1316)等的基础上将高阶等差级数求和问题和高次招差法发展到相当完备的程度。这些成就大多超前其他文化传统几个世纪,有的是欧洲17、18、19世纪的数学大师才解决的。第二个方向是自唐中叶起随着商业发展的需要,改进筹算的乘除捷算法,最后导致珠算盘的产生,珠算盘在明代最终取代了算筹,完成了计算工具的改革,至今在中国、日本和东南亚地区人们的生产、生活中发挥着有益的作用。《四元玉鉴》是中国传统数学现存水平最高的著作。可是,在《四元玉鉴》之后,中国数学一落千丈,出现了明代大数学家看不懂宋元重要数学成就,宋元数学著作失传的可悲局面。阿拉伯和西方数学超过了中国,我国失去了数学大国的地位。明末,西方数学传入中国,开始了中西融会贯通的阶段。清朝从事数学人之多,在中国历史上是空前的,许多人

也非常执着,有人甚至考中进士,不去当县太爷,一心研究数学。可是,西方在17世纪进入变量数学阶段,突飞猛进,我国与西方数学的差距反而越来越大,由明末清初差三四十年,到清末民初相差约二百年。中国传统数学亦在此时中断。

20世纪30年代起,特别是解放后,中国数学才开始复兴。现在,我们可以说,中国已成为数学大国,正在向数学强国迈进。

以上的历史概述起码给我们两点启示:

首先,与世界数学中心的转移一样,中国传统数学的发展与社会政治、经济的变革密切相关。中国数学的三个高潮,都是出现在封建社会进入新的阶段的时候。战国是封建制度取代奴隶制度的社会大变革时期,中国数学产生第一个高潮。汉末魏晋庄园农奴制成为主要的经济形态,封建社会进入一个新的阶段,中国数学迎来了第二个高潮。唐末起,社会经济形态发生新的变化,中国封建制度在宋元进入新的阶段,中国筹算数学达到最高峰。其次,中国传统数学的高潮都不是产生在封建盛世(《九章算术》是西汉编定的,但其主要方法产生于先秦)。本来,大一统的封建盛世是有利于数学发展的。然而,中国的封建盛世儒家思想大都占据统治地位,这一方面禁锢了人们的思想,另一方面将知识分子的才智大都引导到读经入仕上,反而不利于数学的发展。相反,封建的中央集权被削弱的时候,一方面儒家思想的统治地位一般发生动摇,思想界会有不同程度的解放;另一方面堵塞了知识分子读经入仕的路;知识分子的思想比较自由,能根据自己的兴趣和社会的需要充分发挥自己的才智,抽象思维能力一般比较强,数学的发展,尤其是数学理论的发展反而快一些。刘徽《九章算术注》的出现是一个典型,刘徽深受魏晋辩难之风的影响。

参考文献

[1] 周髀算经,刘钝、郭书春点校。见:《算经十书》,郭书春、刘钝点校。沈阳:辽宁教育出版社,1998年,第2页。又:繁体字修订本。台北:九章出版社,2001年,第34页。

[2] [魏]刘徽注:九章算术,郭书春汇校。沈阳:辽宁教育出版社,1990年,第423~424页。又:[魏]刘徽注:九章算术,郭书春译注。沈阳:辽宁教育出版社,1998年,第454~458页。[魏]刘徽注:九章算术,郭书春点校。见:《算经十书》。沈阳:辽宁教育出版社,1998年,第104页。台北:九章出版社,2001年,第188页。

[3] 郭书春。略谈世界数学重心的三次大转移。科学技术与辩证法,1986年第1期,第44~48页。又:李文林:数学史教程。北京:高等教育出版社,2000年,第366页。

[4] 郭书春。中国古代数学与封建社会刍议。科学技术与辩证法,1985年,第2期,第1~7页。又见:中国改革开放二十年(下)。北京:中央文献出版社,1999年。

[5] [唐]李淳风。隋书·律历志。北京:中华书局,1973年,第388页。

(上接第50页)

泰特的主要研究方向是代数数论以及算术代数几何。他1925年生,1946年由哈佛学院毕业,1950年在普林斯顿大学获博士学位,指导老师是大数学家阿廷(E. Artin)。他的博士论文已有很大影响,以至在1967年作为经典文献重印在《代数数论》综述论文集中,这篇论文中引入傅里叶分析方法,1952年又引入群上同调方法,这两套方法改变了代数数论的方向。其后他引入许多概念及方法影响其后的发展。许多概念以他的名字命名。泰特从1954年起在哈佛大学任教,1959年升为教授。1990年后转到得克萨斯大学任教。他是美国科学院院士、法国科学院国外院士,曾获美国数学会 Cole 奖,以及1995年 Steele 奖中终身成就奖。(胡作玄)

(原载《中国数学会通讯》(1)2003)