

· 音乐史 ·

消亡了的平均律

——兼谈巴赫《平均律钢琴曲集》的律制

戴念祖¹，李一俊²

(1. 中国科学院自然科学史研究所，北京 100190; 2. 中国艺术研究院研究生院，北京 100029)

摘要: 文章所述“平均律”流行于17世纪的欧洲，后被十二等程律所代替。文章从一种新角度讨论平均律的历史，着重介绍它的定律方法，优缺点及其被历史淘汰的原因。最后，探讨巴赫《平均律钢琴曲集》到底属于何种律制。

关键词: 平均律; 等程律; 调律五度; 巴赫 《平均律钢琴曲集》

DOI: 10. 3969/j. issn. 1008-7389. 2015. 02. 006

中图分类号: J609. 2 文献标识码: A 文章编号: 1008-7389 (2015) 02-0035-05

本文所讲的平均律，即 mean tone temperament，有人称其为“中庸律”。本文所谓的等程律，即 equal temperament，又称“等律”、“匀律”，有人称其为“平均律”。等程律的最普遍形式是十二等程律 (Twelve tone equal temperament)。它们都是外来的音乐学或科学词汇。

平均律 (注意，以下此称谓即是 mean tone temperament) 流行于17世纪的欧洲，约18世纪初期消亡了。但它在历史上有意义。升降半音的符号是从它开始的。了解它的调律和安装管风琴键的方法，对于学习音乐学史和乐律学史不无助益。缪天瑞先生以“中庸律”为名对它作出了极好的叙述^[1]，本文对此作出另一种解读方法，不当之处，祈识者正之。

平均律是如何确定的？先从五度律的演算讲起。

设五度律中， $C = 1$ ，则

$$G = C \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$D^1 = G \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

$$A^1 = D^1 \times \frac{3}{2} = \frac{27}{8}$$

$$E^2 = A^1 \times \frac{3}{2} = \frac{81}{16} = 5.0625$$

收稿日期: 2015-01-12

基金项目: 中国科学院自然科学史研究所“中国传统科学史”项目。

作者简介: 1. 戴念祖 (1942-), 男, 福建长汀人, 中国科学院自然科学史研究所研究员, 中国音乐学院音乐科技系特聘教授, 主要从事科学史、中国物理学史、乐律学研究; 2. 李一俊 (1978-), 女, 山东烟台人, 中国艺术研究院音乐研究所2012级博士研究生, 研究方向为中国传统音乐。

而平均律最关键音程的比数是 $E^2 = \frac{81-1}{16} = \frac{80}{16} = 5.0000$ ，也即 $E = \frac{80}{16} \div 2 \div 2 = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$ ，它是纯律大三度，即 386 音分。

五度律的五度 $\frac{3}{2} = \frac{300}{200} = 1.5$ ；而平均律五度为 $\frac{300-1}{200} = 1.495$ 。或者，平均律五度可写为 $\sqrt[4]{5} = 1.49535$ 。

由此可见，将五度律的 $E^2 (\frac{81}{16})$ 的分子减去 1，或将五度律的五度 $\frac{300}{200}$ 的分子减去 1，以此方法算律就造成了平均律。

平均律与五度律这两种律制的五度差为 $1.5 - 1.495 = 0.005$ 。或写为 $\Delta = 0.005$ 。

所以，平均律五度是将毕氏五度减少一个 Δ 而得到的。在数学方法上，将五度律的每一个五度都减少一个 Δ ，因此称其为平均律。平均律的五度 1.495 又称为调律五度 (temperament fifth)，以此区别毕达哥拉斯五度。

调律五度与毕氏五度相对误差为：

$$\frac{1.5 - 1.495}{1.5} = 0.0033 = 3.3\% \text{ (千分之三点三)}。$$

它也就是“钟面”(图1)上每个“钟点”的误差。十二个“钟点”的累计误差则为 39.6‰。

因此，平均律八度误差为： $1200 \times 39.6\% = 47.52$ 音分，约为 $\frac{1}{2}$ 个音。这个音差远大于毕氏音差 23.46 音分。从 C 起五度计算， $C - G - D^1 - A^1 - E^2 - B^2 - \#F^3 - \#C^4 - \#G^4 - \flat E^5$ ，每个八度减 47.52 音分，五个八度则少 237.60 音分。因此 $\#G^4 - \flat E^5$ 不是纯五度 702 音分，而是 $702 - 237.60 = 464.40$ 音分。这就是狼音五度 (Wolf fifth)，或称其为颤噪效应、嚎叫效应 (Howling effects) (图1)。作曲家、演奏家需要谨慎选择某些键，以便将嚎音 (狼音) 排斥在音乐之外。而平均律音阶的 C - E 相当悦耳，E 实为纯律大三度。

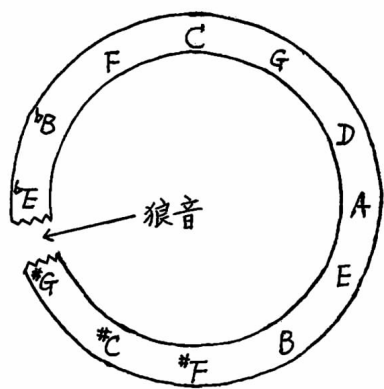


图1 五度盘钟面

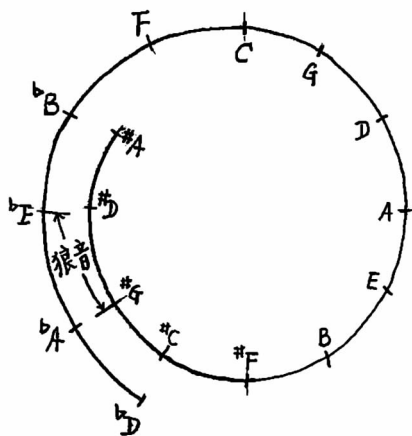


图2 平均律五度圈

以上所述为平均律最一般特点。对于音乐学院大多数学生而言能掌握这点知识就够了。

再下一步。先不管狼音，按调律五度将十二律算全，如图2。然后，安装管风琴的琴键，它是 17 世纪最流行的乐器。在风琴的两个键 D 和 E 之间插入 $\#D$ 、 $\flat E$ 二个黑键，形如今日钢琴。余照做。再以 $\flat D$ 、 $\flat A$ 、 $\#D$ 、 $\#A$ 代替 $\#C$ 、 $\#G$ 、 $\flat E$ 、 $\flat B$ 。即，管风琴键原设定为 (带有升降符号者为黑键)：

$$C \#C \flat D D \#D \flat E E F \#F G \#G \flat A A \#A \flat B B C^1$$

经四个键的代替之后, 成为:

$$C \flat D D \#D E F \#F G \flat A A \#A B$$

这就是说, 干脆不用产生狼音的 $\#G$ 、 $\flat E$, 甚至图 2 中与其相邻的 $\#C$ 和 $\flat B$ 键也一概免用。避开这几个键, 或将它们挪到距正常键远一点的地方。经过这样调音后, 音乐演奏避免了狼音, 且达到和谐。除了 E 键相当悦耳外, 其他键的声音并不太坏 (bad)。其时作曲家、音乐家依此谱曲、演奏和声和转调。出生于德国的英国作曲家亨德尔 (G. F. Handel, 1685 - 1759) 制造了一架管风琴, 赠予 Foundling Hospital。这架管风琴就是按上述方法设计的。亨德尔创作了大量歌剧、声乐曲和器乐曲。其器乐曲中多为平均律管风琴曲^[2]。

平均律管风琴的琴键安装及调律按上述方法就基本完成了。下面我们讨论它的理论计算。

平均律音阶最早是由德国管风琴演奏家施利克 (Arnold Schlick, 约 1460 - 1520) 先提出的。他建议, 将五度 $F - C^1$ 、 $C^1 - G^1$ 、 $G^1 - D^2$ 、 $D^2 - A^2$, 调成“耳朵可容忍的降半音”, 因而, 三度 $F - A$ 是“很不错的声音”。意大利音乐理论家查利诺 (G. Zarlino, 1517 - 1590) 于 1560 年、西班牙盲人音乐家萨利纳斯 (F. de Salinas, 1513 - 1590) 于 1577 年, 建立了平均律的精确形式。

查、萨二氏的理论是, 提出取消大三度和小三度的多种形式, 最后采用在 $F - C^1$ 、 $C^1 - G^1$ 、 $G^1 - D^2$ 、 $D^2 - A^2$ 的四个五度中, 将 $F - A^2$ 的四个五度拉平 (flatten, 这也是平均律命名的来源), 即:

$$\text{调律五度} = \frac{1}{4} (2400 + 386.314) = 696.578 \text{ (音分)}$$

就是说, 调律五度是两个八度加上一个大三度的四分之一。这个大三度近似 386 音分或准确地是 386.314 音分, 实为纯律大音阶中的 E。

调律五度 (696.578, 近似为 696.6 或 697) 和纯五度 (702) 差别甚小, 近似 5.4 音分, 约为等程律的 $\frac{1}{37}$ 个音。以调律五度算律与毕氏五度算律方法同。其所得的十二律音分值如下:

表 1 平均律十二律音分值

C	$\flat D$	D	$\#D$	E	F	$\#F$	G	$\flat A$	A	$\#A$	B	C^1
0	76	193.2	310.3	386.3	503.4	579.5	696.6	772.6	889.7	1006.8	1082.9	1200

在这表中, 取 C 大音阶, 则二度分别是 193.2, 193.1, 117.1, 193.2, 193.1, 193.2, 117.1。因此, 大全音 (204 音分) 和小全音 (182 音分) 的区别被取消了, 代之于平均为 193 音分的音。纯律大半音 112 变成 117, 纯律小半音从 72 变成 76。试比较以下:

表 2 纯律大音阶与平均律音阶比较

音程	二度	三度	四度	五度	六度	七度	八度
纯律大音阶	204	386	498	702	884	1088	1200
平均律音阶	193	386	503	697	890	1083	1200
误差	-11	0	+5	-5	+6	-5	0

由上表可见, 最大音差在二度; 三度最佳; 其它音的误差约 6 音分之内。况且, C、G、D、A、F 的大三度都是准确的。这是历史上做得最好的有音乐实践的纯律音阶。

如果在上表中,将 $\sharp C$ 、 $\sharp G$ 、 $\flat E$ 、 $\flat B$ 键都排上并在和声中运用,则用E的大三度音阶时,肯定要将 $\flat E$ 当 $\sharp D$ 用,这就造成了41音分的音差。这差值近似半音的一半。同样,用 $\flat E$ 的大三度音阶,也必将用 $\sharp G$ 代 $\flat A$,于是,造成同样大的音差。再则,五度 $\sharp G - \flat E$;三度 $B - \flat D$, $\sharp F - \flat B$, $\sharp C - F$, $\sharp G - C$ 都是狼音。它们的颤噪声破坏了和声中的和谐。为使每个键有效,或则引入更新的音驱除这些狼音,或只好将自己限定在几个可选择的键上。

这个平均律令人赞美。它可以转调。它的每个键都可以有十二个音,每个键又可以以八度复制。计算表明,有九个少6音分的小三度,将它们倒转,就有九个多6音分的大六度;有八个大三度和八个小三度是准确的;有十一个大6音分的四度和十一个小6音分的五度。其他音程在36至47音分之间的误差,因此是不可用的。然而,在演奏六个大三度键和三个小三度键上,它比当时所用的调律体系使更多的和声音乐成为可能^[3]。

终究,狼音的现实以及平均律不能完全自由转调,最终它缓慢、逐步地被更优越的等程律所代替^[4]。等程律直到今天,仍居音乐舞台的王者之位。

那么,巴赫(J. S. Bach, 1685-1750)的《平均律钢琴曲集》是何种律制?这个“平均律”是不是十二等程律或简称“等程律”?

该曲集由上、下两卷组成,分别发表于1722年和1724年,包括了48篇前奏曲(Preludes)和赋格曲(Fugues)。上卷标题为*Das Wohltemperirte Clavier*(德文),英译为*The Well-temperament Clavier*;中文直译应为“调律好的键盘乐器曲”。Clavier既指管风琴,也指钢琴。下卷无标题,直到1799年(巴赫卒后50年)再版时也如是。

美国北德克萨斯大学音乐学院卓仁祥教授(Prof. Gene J. Cho)曾指出,这个“well-temperament”的“含义是,所采用的调音是以适应曲子转调之需要,并不至于音程的微差而令人有明显的不舒服之感,也即是清除了‘狼音五度’。从德文标题可见,巴赫的这组曲集所依托的只能是‘平均律’(mean tone temperament)”^[5]。笔者赞赏卓教授意见。按照著作题名惯例,在上下两卷之中,下卷若无标题,则下卷自然与上卷是同题的。或者说,下卷也是依托平均律所创作的。

另一值得考虑的是当时的音乐背景。巴赫时代仍然是管风琴畅行的时代,在教堂流行的是管风琴。其时,教堂、教会的地位多少左右了音乐艺术的发展。与巴赫同时代、同年的亨德尔的创作多是平均律曲谱。在巴赫卒后一个世纪(即1851年),不列颠展览会(British Exhibition)上尚未有一架管风琴是按十二等程律调律的。从管风琴制造者那里走出来,按十二等程律调律的第一批英国管风琴出现于约1854年。钢琴按十二等程律调音要早一些,著名的Broadwood钢琴在1842年已按十二等程律调音^[3]。这已是巴赫卒后近百年的事。由此或可佐证巴赫的《*Das Wohltemperirte Clavier*》似无可能是等程律。还有人以为,巴赫本人发明了十二等程律体系,“但是并无充分理由证明此事”^[6]。

在对巴赫作品的研究者中,尚有另一种看法。《*Das Wohltemperirte Clavier*》上卷是按平均律调律的;下卷虽无标题,却有可能是按等程律调律的^[3]。这种看法是根据巴赫对不同律制的态度推测而得的。也就是说,巴赫的管风琴确实按平均律调律,从他为风琴作曲对键的选择上可看出来。其上卷有此现象。但一般地认为,巴赫促成了从平均律到等程律的变革。巴赫对钢琴也有所演奏,他赞赏较大自由变调,而且熟悉平均律中相隔较远的键的狼音。他赞同引入等程律,但并非在对平均律与等程律作比较时的引入。他既不皈依当代管风琴制造师,也不同意他的二儿子Emanuel Bach(1714-1788,老巴赫有四个儿子都是闻名的作曲家)急速地向等程律前进。E. Bach较为激进地拥护这两种律制的变革^[3]。根据这种观点判断老

巴赫的该曲下卷为何种律制, 有一定道理, 但最终要从他的曲谱本身作深入研究才有可信服的证据。诸如在其下卷曲谱中, 从其选定的调式里普查一下其和声中有否避开可能产生狼音的键。避开了, 就是平均律; 若毫无忌讳, 则是十二等程律。这可以作为今日音乐学研究生的一个题目去尝试一下。

那么, 中译本巴赫的《平均律钢琴曲集》中的“平均律”到底是什么律制? 该曲集最早的中文本是由上海音乐出版社分别于1952、1957年出版其二卷(即本文所称的下卷)、一卷(即本文所称的上卷)。20世纪90年代以来, 出版此曲集者将近十家出版社, 多用此名, 甚至有题为巴赫《十二平均律钢琴曲集》的。包括笔者在内的一些著作^{[1][7]}都曾经将此“平均律”看作是 Equal Temperament (等程律), 显然不符合老巴赫的原意。问题还在于近30年来, 流行用语“平均律”是 Equal Temperament (等程律), 而早已消亡的平均律 (mean tone temperament) 被“中庸律”一词所指称。这就产生了中译音乐词汇的混乱。在西方词汇中, mean 和 equal 有极强的数学倾向, mean 指平均, equal 指相等。“中庸”一词是哲学的、行为学的用语, 决没有数学上“平均”(mean)之意。同样, 数学上“相等”(equal)一词也无“拉平”(flatten)、“均衡”(mean)之意。有人将 equal 在律学上释为“趋匀观念”, 更是不妥。鉴于西方的平均律 (mean tone temperament) 早已消亡, 但在音乐史著作中又不能回避它, 于是, 当近年一批学术新秀登上讲台时, 或在频繁的中外音乐学交流时, 《平均律钢琴曲集》的书名常常自己把自己弄糊涂了。

本文原为戴念祖在中国音乐学院音乐科技系讲演稿, 由李一俊整理成文。

参考文献:

- [1] 缪天瑞. 律学 [M]. 北京: 人民音乐出版社, 1983: 163 - 168.
- [2] James. Jean. *Science and Music* [M]. London: Cambridge University Press, 1937: 172.
- [3] Revised by J. M. Bowsher. *Alexander Wood's The Physics of Music* [M]. London: Chapman and Hall, 1976: 190 - 192.
- [4] H. von Helmholtz. *On the Sensations of Tone* [M]. New York: Dover Publications, 1954: 546 - 548.
- [5] Gene J. Cho. *The Discovery of Musical Equal Temperament in China and Europe in the Sixteenth Century* [M]. The Edwin Mellen Press, 2003: 232. (中文版: 卓仁祥. 东西方文化视野中的朱载堉及其学术成就 [M]. 隆玉麟, 译. 北京: 中央音乐学院出版社, 2009: 160)
- [6] Joseph Needham. *Science and Civilization in China* [J]. Cambridge Univ. Press, Vol. 4, part 1, 1962: 216.
- [7] 戴念祖. 天潢真人朱载堉 [M]. 郑州: 大象出版社, 2008: 1, 181, 325.

【责任编辑: 吴志武】