

从“九章”到“中国古算书”^{*}

——王季同致李俨信解读

郭金海

(中国科学院 自然科学史研究所, 北京 100190)

摘 要: 王季同出生于洋务运动时期, 是经历中国数学由传统到现代转变的数学家。李俨是中国数学史学科的主要开创者和奠基人。中国科学院自然科学史研究所图书馆藏有一封王季同致李俨的信, 是反映王季同数学思想的重要史料, 对于研究清末民初数学家对中国传统数学和清代数学的看法、李俨与王季同的学术交往均具有参考价值。文章披露和解读此信的内容, 并考察其产生时间和相关背景, 以期丰富关于王季同和李俨的研究。

关键词: 王季同; 李俨; 《九章算术》; 天元术; 清代数学

中图分类号: O112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673-8462(2015)01-0014-05

DOI: 10.16177/j.cnki.gxmzzk.2015.01.003

王季同(1875—1948), 又名季错, 号小徐, 出生于洋务运动时期, 是经历中国数学由传统向现代转变的数学家。早年就读于晚清重要官办洋务学堂——京师同文馆, 1895 年毕业后留任算学教习。1891 至 1895 年, 有《泛倍数衍》、《勾股补解》、《九容公式》等数学著作出版, 深受席淦、蒯光典、蔡元培等前辈学者的推许。^[1] 1911 年在《爱尔兰皇家科学院院刊》(Proceedings of the Royal Irish Academy) 发表《四元函数的微分法》(The Differentiation of Quaternion Functions)。这篇论文的发表在中国近现代数学史上意义非凡。因为它是我国学者在国际学术刊物发表的第一篇现代数学论文。^[2] 它的发表标志着中国现代数学研究成果开始走向国际。1927 年应蔡元培之邀, 王季同参加筹建“中央研究院”, 后任工程研究所专任研究员, 主要从事电工学、工程学的研究。

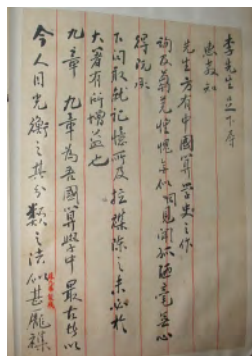
李俨(1882—1963), 字乐知, 是中国数学史学科的主要开创者和奠基人。民国年间, 他长期在陇海铁

路局工作, 曾任副总工程师。工作之余, 潜心研究中国数学史, 自 1917 年开始发表中国数学史论文。1955 年调入中国科学院历史研究所第二所从事科学史研究, 被选聘为中国科学院哲学社会科学部学部委员。1957 年起任中国科学院自然科学史研究室(今中国科学院自然科学史研究所)首任主任, 直至 1963 年去世。^[3-4]

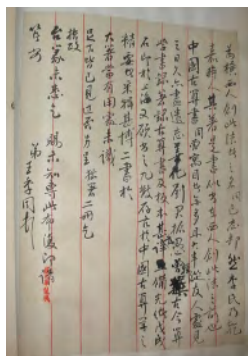
中国科学院自然科学史研究所图书馆藏有一封王季同致李俨的信。此信以毛笔书写, 10 页, 共两千余字, 是反映王季同数学思想的重要史料, 对于研究清末民初数学家对中国传统数学和清代数学的看法、王季同与李俨的学术交往均具有参考价值。学界先前对王季同、李俨虽已发表一些研究成果^[1-9], 但尚未对此信进行研究或引证。有鉴于此, 笔者拟披露和解读此信的内容, 并考察其产生时间和相关背景, 以期丰富关于王季同和李俨的研究。

* 收稿日期: 2014-10-20.

作者简介: 郭金海(1974-), 男, 中国科学院自然科学史研究所研究员, 研究方向: 中国数学史、中国近现代科技史、中国科学院院史。



王季同致李俨信首页



王季同致李俨信末页

1 王季同致李俨信：内容、产生时间和相关背景

王季同在致李俨的信中，谈了关于“九章”、“天元”、“四元”、“推步”、“有清一代算学”、“中国古算书”的看法。兹照录原信如下：

李先生足下：

辱惠教，知先生方有中国算学史之作，询及刍蕘，惶愧无似。同见闻孤陋，毫无心得。既承下问，敢就记忆所及拉杂陈之，未必于大著有所增益也。

九章 九章为吾国算学中最古者。以今人目光衡之，其分类之法似甚庞杂。窃求其故，盖吾国古代学问皆重应用。九章中方田、粟米、商功、均输各为算学应用之一种，并非依法术分类，故粟米之粟、粝、糲等与商功之壤、坚、墟术同，而不妨分隶两章。其衰分、少广、盈不足、方程、勾股，则依术分类，而为纯理算学。衰分即今之分合比例；少广即今之乘方、开方；方程即今代数一元多次式相消求值之法；勾股即今之三角术。四者于应用上皆极重要。惟盈不足一章，骤视之，似不过两色方程之一种，不必别为一章。然细考之，知此术即英语所谓 trial and error，实为无理函数 Irrational Function，超越函数 Transcendental F. 及隐函数 Implicit F.，求略近值之法。但所载例题多为一次式，故其得数即为真值。惟两鼠穿垣、蒲莞共生二题属于超越函数。盖古人特举是例，以示此术之应用者。乃近人不察，反有疑此二题非盈不足所能取，而别以对数求之者。此不明古人真意者也。

天元、四元 吾国之天元、四元，犹西法之代数。其不及代数之处，一在代数以字为区别，故元无限。四元以位为区别，故元止于四，且三元以上便须寄位，遇除法更须寄母；二在代数不特以字代未知之数，兼以字代已知之数，故不特可用以算题，兼可用以求公式。四元不然，故只能算题，而不能求公式。然四元之以位为区别，而不代之以文字或符号者。果古人心思不复能进此一步欤，抑更有其他原因乎？此亦可研究之一问

题也。四元至明已失传，有清中叶代数入中国（当时只知用一元，名曰借根方）。罗铭香^①辈既习此术，取《测圆海镜》、《益古演段》、《四元玉鉴》诸书。读之，始通其义。当时学者有借根方先入之主，故其演天元、四元亦用纸笔。如演代数在古人，故不必如是也。曩在京师偶与席翰伯^②师论用算盘，多具以开天元诸乘方之法，忽悟古人之演方程及天元、四元，盖皆用筹而非用纸笔者。盖今之算盘固由古之筹码改良而成。然以取简易算题，则算盘诚视筹码为便。若以算盘推演四元，非数十具不可，则远不如筹码矣。四元失传，筹码之改为算盘亦其一因也！由前之说，则代数之与四元，亦如笔算之与珠算，不能显分优劣。凡欲求公式或高等算理，如微积等，固为代数之特长，然欲推寻常算题，苟练习纯熟，恐四元更为迅速也！《海镜》诸书，于每一题只有立天元一为何物、地元一为何物及何为今式、何为云式、何式寄左、何式与左相消得何式、几乘方除之得若干，为何物合问等语。不具详草。罗茗香辈不察，以为古人有意隐秘。不知四元既类珠算，随算随变，中间经过决不停留。《海镜》诸书不具细草，犹如论珠算之书，不于每呼一句口诀，画一图耳。翰师言，劳玉初《古筹算考释》仿佛亦有此说。劳君之书，同未之见。然四元不用笔算，观其纪数用号码，而不用文字，算草不详，中间经过固可推想，又其当存留之算式，辄言寄左可知。凡不言寄左者，必随算随灭无疑。不然用笔演算，若代数者，已往算式，一一具在，皆可覆按，无待寄也！

推步 吾国历法，自尧命羲和以来，历代修订，由疏而密。虽未能如欧西学者，根据力学原理之术者之精确，然积数千年之测验，经数千辈之改定，成绩亦颇有可观。同于推步夙未究心，故不能道其详。以同所知，则历家始就实测主术，依术推步，转验实测不能密合，乃立一差。依差加减，仍有不合，更立二差、三差，略与今之差级数法 Series of Differences 相类，更以堆垛求积之法入之，则差级数又变为乘方级数。此西法未入中国以前，推步已有之成绩也。又弧三角一术于天文学应用极广，然资八线表以为用。中土夙无八线表，亦自无弧三角术。然曾见元郭守敬有黄赤经互求一术，与今之正弦三角公式暗合。只以当时无八线表，故用《九章》方田章弧田术，以弦乘天矢，又自乘，并之二而一为弧田积，为招据。而以天元术求之，弧田术本不密合。故所求黄赤经度亦不准确。然其理实与弧三角术无毫发异也！

① 罗铭香，即罗士琳。

② 席翰伯，即席淦，是王季同在京师同文馆的数学教师。

有清一代算学 有清一代西学东渐,算学家率兼通中西.其尤著者为梅勿菴、江慎修、戴东原、李尚之、董方立、罗茗香、项梅侣、徐君青、戴谓士、顾尚之、夏紫笙、李壬叔、刘省菴、华若汀诸氏。^①然其著述亦推阐成法者多,而自成一家者鲜.董方立、项梅侣、徐君青、戴谓士、顾尚之、夏紫笙、李壬叔、刘省菴诸氏,皆就弧背与八线及八线与八线互求有所论著.其所发现之级数,多有他处未经见者.戴谓士氏又发现余弦对数之级数.项梅侣氏则发现椭圆求周之级数.至于对数级数,则徐君青、戴谓士、顾尚之、李壬叔诸氏皆有所发明.戴氏又立一造对数表之捷法,既不用旧法之屡次开方,亦不用对数级数.但假设 1.0000001 之对数为一递,用除法与加法即得七十二假设对数,由此求得,十之假设对数以之遍除七十二假设对数,即得七十二定准对数,从此可求任何数之对数,至十一位小数为止.此法原理虽浅,然造表简捷,实他法所莫及.李尚之氏著《开方说》三卷,推论天元诸乘方方根正负大小诸例,与西人方程理论 Theory of Equations 互有发明.其求方根算式,略与通常开正平方、正立方之算式相似.同曾于某英文代数中见一算式与之相同,但李氏纵列,彼改为横.西人创此法者之名,同已忘却.然李氏乃乾嘉时人,其著是书似当在西人创此法之前也.

中国古算书 同曾寓目者无多,且大半从友人处见之,日久亦尽遗忘.善化刘君振愚曾辑《古今算学书录》,著录古算书及板本甚为详备,光绪戊戌石印于上海.又顾尚之《九数存古》于中国古算学之精要者采辑甚博.二书于大著当有用处.未识足下皆已见过否?另呈拙著二册,乞指教.

台篆未悉,乞赐示知.专此布复即请箸安.

弟 王季同 顿首

由上信不难看出,王季同之所以写此信,是因为李俨此前致信王氏,向他请教关于“九章”、“天元、四元”、“推步”、“有清一代算学”、“中国古算书”等的看法.王季同在信中提到,“先生方有中国算学史之作”、“未必于大著有所增益也”等句,表明王季同的信写于李俨刚有中国数学史的作品,而正酝酿、撰写或修订一部中国数学史的专著之际.李俨研究中国数学史始于 1911 年或 1912 年.1917 年,他发表第一篇论文《中国算学史余录》前^[10],已撰成一部中国数学史的专著.^{[9]150-152}但这部专著不甚成熟,还需要修订.1915 至 1917 年,他还与美国著名数学史家史密斯(David Eugene Smith, 1860—1944)多次相互通信,商讨用英文撰写一部中国数学史著作之事.^[11]由此可以推测,王氏致李俨信写于 1911 至 1917 年间.

笔者认为,李俨向王季同请教的主要背景如下:李俨研究中国数学史,注意与不同领域的学者进行学术交流^{[4]319}.当时他涉猎中国数学史研究不久,学术水平有限,研究基础不深,对于许多问题还难以把握,也需要向有识之士请教.不仅如此,当时国际上虽然有日本学者三上义夫(Yoshio Mikami)、比利时传教士赫师慎(Louis Van Hée)、美国学者史密斯(David Eugene Smith)等已开始对中国数学史进行现代意义上的研究^[12],但较大规模的研究尚未展开,需要研究的问题或有待深入研究的问题很多.李俨向王季同询问的关于“九章”、“天元、四元”等问题,都是中国数学史上的重要问题.对于这些问题,当时三上义夫已经开展了一些研究,并提出一些真知灼见^②^[13],但还有相当大的研究空间;而且关于“有清一代算学”的问题,当时基本还属于中国数学史研究的处女地.作为李俨的前辈学者,王季同兼通中国传统数学与现代数学,亲身经历过清代数学最后二三十年的发展,无疑是李俨请教的一位理想人选.

2 王季同致李俨信的内容解读

“九章”即指《九章算术》,是中国传统数学最重要的著作.它的主要内容在先秦已具备,因秦火及秦末战乱散坏,经西汉张苍、耿寿昌删补而成,共分九章:方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、赢不足、方程、勾股.从王季同致李俨的信看,王季同关于《九章算术》有如下主要观点:1)该书以九章分类今人视之十分庞杂,大概因为中国古代学问皆重应用.2)这九章的分类性质不尽相同.方田、粟米、商功、均输各章,按数学的各种应用分类;衰分、少广、赢不足、方程、勾股各章,依术分类,为各种纯粹的算理,但于应用极其重要.3)赢不足术实为英语的“试错法”(trial and error),乃无理函数、超越函数、隐函数求近似值的方法.赢不足章“两鼠穿垣”、“蒲莞共生”二题即属于超越函数.近人不明古人真意,乃用对数求解此二题.

王季同的第一种观点,仅是一种推测.他的后两种观点都言之成理,尤其第三种观点颇有见地.1880 年,京师同文馆曾刊印《算学课艺》.^[14]《算学课艺》是 1867 至 1880 年间京师同文馆天文算学馆学生的试

① 梅勿菴,即梅文鼎;江慎修,即江永;戴东原,即戴震;李尚之,即李锐;董方立,即董祐诚;罗茗香,即罗士琳;项梅侣,即项名达;徐君青,即徐有壬;戴谓士,即戴煦;顾尚之,即顾观光;夏紫笙,即夏鸾翔;李壬叔,即李善兰;刘省菴,即刘彝程;华若汀,即华蘅芳.

② 李俨向王季同请教前,三上义夫已完成其专著《数学在中国和日本的发展》(The Development of Mathematics in China and Japan)书中论及《九章算术》、天元术、四元术.

卷选辑.其卷二辑有“瓜豆同日发芽、生蔓”题^①,与《九章算术》赢不足章“两鼠穿垣”、“蒲莞共生”二题相仿.《算学课艺》此题采用蔡锡勇的解答.蔡锡勇即以对数求解.王季同早年就读于京师同文馆并做过算学教习,应该知晓《算学课艺》与蔡锡勇的解答.他所说的“近人不察,反有疑此二题非盈不足所能驭,而别以对数求之者”,似指以蔡锡勇为代表的一些“近人”的相关解法.

王季同致李俨的信中所说的“天元、四元”即天元术、四元术.天元术是宋元时期发展起来的设未知数列方程的方法.四元术是在天元术出现之后,发展起来的二元、三元或四元的高次方程组的表示、建立与求解方法.^{[15]435,448}关于天元术、四元术,王季同在上信中认为它们与西方的代数类似,并指出它们与代数相比存在的两点不足:一是代数因以字为区别,对元没有限制,而四元术以位为区别,元最多为四;二是代数因以字代未知数和已知数,既可算题又可求公式,而四元术只能算题,不能求公式.从王季同的陈述看,他所说的“代数”实际是指西方的符号代数.

在“天元、四元”这部分,王季同提出的一个观点是,筹码改为算盘是四元术失传的原因之一.关于至明代天元术、四元术失传的原因,目前学界鲜有论述.王季同的这个观点,值得我们重视.他所言“古人之演方程及天元、四元,盖皆用筹而非用纸笔者”,“若以算盘推演四元,非数十具不可,则远不如筹码矣”,都是客观的.另外,他说“四元既类珠算,随算随变,中间经过决不停留”,“《海镜》诸书不具细草,犹如论珠算之书,不于每呼一句口诀,画一图耳”,对我们理解《测圆海镜》、《四元玉鉴》等算书不列算草之原因,亦提供了有益的启发.

“推步”即推算天象历法.尽管王季同自称对“推步夙未究心”,但从上信知他对“推步”也有深刻的体认.他认为,招差法与“差级数法”(series of differences)类似;郭守敬的“黄赤经互求一术”,实与正弦三角公式暗合,与弧三角术之理无异.惟因当时没有八线表,郭守敬使用了《九章算术》方田章的弧田术,而以天元术求之,弧田术不密合,故所求黄赤经度并不准确.

在“有清一代算学”部分,王季同所列举的十四位数学家属于清代中国数学史上的著名人物.他的观点主要如下:1)清代数学家几乎都兼通中西,但大都“推阐成法”,所做独创性工作较少.2)董祐诚、项名达、徐有任、戴煦、顾观光、夏鸾翔、李善兰、刘彝程等清代数学家关于三角函数级数展开式的研究工作多有创见.关于对数级数展开式的研究,徐有任、戴煦、顾观光、

李善兰都有新意.3)戴煦提出的对数表造表的简便方法,为他法所不及.4)李锐所著《开方说》在方程论研究方面有创见,早于西人提出了求方根的算式.

王季同的第一个观点是客观的.因为至清代,中国传统数学已经落后于西方数学,中国数学家的研究工作确实鲜有独创性,更没有在世界产生重要影响的成果.不过,18世纪中叶至19世纪中叶,包括王季同所说的董祐诚、项名达、徐有任、戴煦、顾观光、李善兰等在内的中国数学家,在宋元垛积术的基础上,在清初传入的“杜氏三术”的刺激下,对三角函数和对数函数等幂级数展开式的研究自成体系,各具特色.而且,他们的独立研究类似于17世纪前微积分时期西方数学家的工作,具有解析几何和微积分初步的思想方法.^{[15]729}王季同的第二个观点在现有的中国数学史研究中基本得到了体现.^{[15]729-752,763}

由王季同关于“有清一代算学”提出的第三个观点可知,他对戴煦提出的对数造表简法评价颇高.而且从上信看,他了解戴煦提出的简法.信中所说“假设1.0000001之对数为一递,用除法与加法即得七十二假设对数,由此求得,十之假设对数以之遍除七十二假设对数,即得七十二定准对数,从此可求任何数之对数,至十一位小数为止”是对戴煦《对数简法》卷下所述“求七十二数之法”的概括.在上信中,王季同对李锐的《开方说》也有颇高的评价,认为此书“与西人方程理论 Theory of Equations 互有发明”.在第四个观点中,他指出李锐早于西人提出了求方根的算式,这是笔者所见现有数学史论著中未有论及的.

关于“中国古算书”,王季同向李俨推荐了刘铎的《古今算学书录》和顾观光的《九数存古》.《古今算学书录》又名《若水斋古今算学书录》,分7编,其第3辑录汉至清代的算学书目并注明了版本.^[16]《九数存古》共九卷,依“九数为纲”专门辑录明代以前的算法,内容相当丰富.^[17]对于初涉中国数学史研究的学者而言,这两部著作是较有价值的工具书或参考书.

3 结语

通过上述王季同致李俨的信及其内容解读,可以看出王季同不仅对于中国传统数学中的《九章算术》、天元术和四元术都有深入的了解与认识,对于四元术失传的原因还有值得我们重视的看法,而且熟悉清代知名数学家及其工作并对他们的工作保持客观和理

^① 此题为:“瓜豆同日发芽、生蔓.瓜蔓初日长一尺六寸,以后每日所长递减半.豆蔓初日长一寸,以后每日所长递加半.二蔓第几日相等?”

性的态度. 这些反映了民初以王季同为代表的经历中国数学由传统向现代转变的数学家, 对于中国传统数学和清代数学的看法. 这些也表明, 尽管在王季同早年, 中国传统数学已经式微, 但他对于中国传统数学还是有较多的关注和思考; 同时, 他也曾用功研读董祐诚、项名达、徐有任、戴煦、李锐、顾观光、夏鸾翔、李善兰、刘彝程等清代数学家的著作. 这对于了解王季同早年的读书和学习情况, 是一个重要收获. 换个角度来看, 上述王季同致李俨的信, 说明李俨于1911至1917年间与王季同有过学术交往, 也反映了当时涉猎中国数学史研究不久的李俨力图了解和解决的问题. 这对于了解和认识李俨早期研究数学史的活动和情况提供了新史料.

[参 考 文 献]

- [1] 郭金海. 华尔和胡德关于螺旋弹簧新公式的研究及王季同的回应[J]. 自然科学史研究, 2005, 24(4): 331.
- [2] 郭金海. 王季同与四元函数的微分法[J]. 中国科技史料, 2002, 23(1): 65—70.
- [3] 杜石然. 李俨先生传[A]. 李俨, 钱宝琮. 李俨钱宝琮科学史全集[M]. 第10卷. 沈阳: 辽宁教育出版社, 1998: 541—550.
- [4] 邹大海. 李俨[A]. 汪前进, 黄艳红. 中国科学院人物传[M]. 第1卷. 北京: 科学出版社, 2010: 317—322.
- [5] 郭金海. 王季同的电网网络分析新方法及其学术影响[J]. 中国科技

- 史料, 2003, 24(4): 312—319.
- [6] 李瑞芳. 王季同的科学及佛学思想研究[D]. 上海: 华东师范大学硕士学位论文, 2013.
- [7] 严敦杰. 李俨与数学史——纪念李俨先生诞辰九十周年[J]. 科学史集刊, 1984(11): 1—5.
- [8] 李迪. 李俨是中国数学史学的开创者[J]. 内蒙古师范大学学报: 自然科学汉文版, 1994, 2: 73—80.
- [9] 邹大海. 略论李俨的中算史研究[J]. 中国科技史料, 2002, 23(2): 149—165.
- [10] 李俨. 中国算学史余录[J]. 科学, 1917, 3(2): 238—241.
- [11] 徐义保. 李俨与史密斯的通信[J]. 自然科学史研究, 2011, 30(4): 472—495.
- [12] 张奠宙, 王善平. 三上义夫、赫师慎和史密斯——兼及本世纪初国外的中算史研究[J]. 中国科技史料, 1993, 14(4): 62—67.
- [13] Yoshio Mikami. The Development of Mathematics in China and Japan[M]. Leipzig: B. G. Teubner, 1913: 8—25, 79—84, 89—98.
- [14] 李善兰. 席淦, 贵荣编次. 算学课艺[M]. 同文馆聚珍版, 1880.
- [15] 郭书春. 中国科学技术史·数学卷[M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- [16] 刘铎. 古今算学书录[M]. 算学书局排印本, 1898.
- [17] 顾观光. 九数存古[M]. 江苏书局刻本, 1892.

[责任编辑 黄祖宾]

[责任校对 苏 琴]

From "Nine Chapters" to "Chinese Ancient Mathematical Books" : An Interpretation of Wang Ki Tung Letter to Li Yan

GUO Jin-hai

(Institute for the History of Natural Sciences, CAS, Beijing 100190, China)

Abstract: As a mathematician, Wang Ki Tung was born in the period of Westernization Movement and experienced the transition of mathematics from tradition to modern in China. Li Yan is the main pioneer and founder of the subject of history of mathematics in China. The library of the Institute for the History of Natural Sciences of Chinese Academy of Sciences collects a Wang Ki Tung's letter to Li Yan. It not only is an important historical material reflecting Wang's mathematical thought, but also has reference value to the study on the views of mathematicians who lived in the late Qing dynasty and early period of republican China to Chinese traditional mathematics and the mathematics of Qing dynasty, and academic exchanges between Li Yan and Wang Ki Tung. This paper discloses and interprets the letter, and studies its formation time and related background. We hope it can enrich the research on Wang Ki Tung and Li Yan.

Key Words: Wang Ki Tung; Li Yan; Nine Chapters on the Art of Mathematics; Tian Yuan method; mathematics in the Qing dynasty